



RAQAMLI DUNYO: IKKILIK SANOQ SISTEMASI

Qarshi davlat texnika universiteti 1-bosqich talabasi

Bobosaidova Madina G'iyosiddin qizi

E-mail: bobosaidovamadina04@gmail.com

Tel: +998 97-950-38-32,

Qarshi davlat texnika universiteti 1-bosqich talabasi

Choriyorov Nodirbek Dilshodovich

E-mail: choriyorovnodirbek20@gmail.com

Tel: +998 88-066-07-20

Annotatsiya: Ushbu ilmiy maqolada ikkilik sanoq sistemasining nazariy asoslari, matematik talqini va zamonaviy raqamli texnologiyalar bilan chambarchas bog'liqligi keng tahlil etilgan. Boolean algebrasi, Shennon axborot nazariyasi va tranzistorlar fizikasi orqali ikkilik tizimning fundamental mohiyati ochib beriladi. Pozitsion sanoq sistemalari o'rtasidagi konvertatsiya algoritmlari, mantiqiy amallar va ularning apparat implementatsiyasi batafsil ko'rib chiqiladi. Maqola kompyuter arxitekturasini, kriptografiya va axborot nazariyasi sohalari bo'yicha tadqiqotchilar va muhandislarga yo'naltirilgan.

Kalit so'zlar: ikkilik sanoq sistemasi, bit, bayt, pozitsion aritmetika, Boolean algebrasi, mantiqiy eshiklar, ASCII, IEEE 754, sanoq sistemalari konvertatsiyasi, kompyuter arxitekturasini.

Аннотация: Данная научная статья представляет собой всесторонний анализ теоретических основ, математической интерпретации и тесной связи двоичной системы счисления с современными цифровыми технологиями. Фундаментальная сущность двоичной системы раскрывается через булеву алгебру, теорию информации Шеннона и физику транзисторов. Подробно рассматриваются алгоритмы преобразования, логические операции и их



аппаратная реализация между позиционными системами счисления. Статья адресована исследователям и инженерам в области компьютерной архитектуры, криптографии и теории информации.

Ключевые слова: двоичная система счисления, бит, байт, позиционная арифметика, булева алгебра, логические вентили, ASCII, IEEE 754, преобразование систем счисления, компьютерная архитектура.

Abstract: This scientific article provides a comprehensive analysis of the theoretical foundations, mathematical interpretation, and close relationship of the binary number system with modern digital technologies. The fundamental essence of the binary system is revealed through Boolean algebra, Shannon information theory, and transistor physics. Conversion algorithms, logical operations, and their hardware implementation between positional number systems are considered in detail. The article is aimed at researchers and engineers in the fields of computer architecture, cryptography, and information theory.

Keywords: binary number system, bit, byte, positional arithmetic, Boolean algebra, logic gates, ASCII, IEEE 754, number system conversion, computer architecture.

KIRISH

Zamonaviy raqamli sivilizatsiyaning asosi hisoblangan kompyuter tizimlari o'zining eng quyi darajasida faqat ikkita holatni — «bor» (1) va «yo'q» (0) — farqlay oluvchi elementlar yig'indisidan iborat. Bu paradoks ko'ringan soddalik aslida insoniyat yaranagan eng murakkab bilim tizimlarining poydevori bo'lib xizmat qiladi. Ikkilik sanoq sistemasi (inglizcha: binary numeral system) nafaqat matematik abstraktsiya, balki fizikaviy reallikning — tranzistorning ikki barqaror holati, magnit domenining ikkita yo'nalishi, yorug'lik impulsining «bor-yo'q» dichotomiyasining — bevosita in'ikosidir. Tarixiy nuqtai nazardan



qaraladigan bo'lsa, ikkilik tizim G.V. Leybnis tomonidan 1703 yilda nazariy asosda tizimli bayon etilgan bo'lsa-da, uning amaliy qo'llanilishi XX asrning 40-yillariga — elektron hisoblash mashinalarining paydo bo'lishi davriga to'g'ri keladi. Jon fon Neyman arxitekturasini, Klod Shannoning axborot nazariyasi va Jorj Bulning mantiq algebrasi birgalikda zamonaviy kompyuterlar ishlaydigan nazariy asosni yaratdi.

Ushbu tadqiqot ikkilik sanoq sistemasini matematik talqin, algoritmik tahlil va axborot nazariyasi nuqtai nazaridan kompleks ravishda o'rganishni maqsad qiladi. Ayniqsa, pozitsion qiymat nazariyasi, ikkilik arifmetika amallari va ularning zamonaviy protsessorlar arxitekturasidagi tatbiqi alohida e'tibor markaziga olingan.

NAZARIY ASOSLAR VA MATEMATIK TALQIN

Pozitsion sanoq sistemasining umumiy nazariyasi

Pozitsion sanoq sistemasida har qanday natural son N uning asosi (bazisi) b ga ko'ra quyidagi algebraik yig'indi shaklida yoziladi:

$$N = a_n \cdot b^n + a_{n-1} \cdot b^{n-1} + \dots + a_1 \cdot b^1 + a_0 \cdot b^0$$

Bu yerda: a_i — i -o'rindagi raqam ($0 \leq a_i < b$); b — sistemaning asosi ($b > 1$ bo'lgan natural son); n — sonning raqamlar soni bilan belgilanadigan darajasi. Ikkilik sanoq sistemasida $b = 2$ bo'lib, faqat $\{0, 1\}$ to'plamidagi raqamlar qo'llaniladi. Shu sababli ixtiyoriy ikkilik son quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$N_{(2)} = b_n \cdot 2^n + b_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + b_1 \cdot 2^1 + b_0 \cdot 2^0$$

Masalan, $10110101_{(2)}$ sonining o'nlik qiymatini topamiz:

$$\begin{aligned} 10110101_{(2)} &= 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\ &= 128 + 0 + 32 + 16 + 0 + 4 + 0 + 1 = 181_{(10)} \end{aligned}$$

Axborot sig'imi va Shennon nazariyasi

Klod Shennon (1948) tomonidan ishlab chiqilgan axborot nazariyasiga ko'ra, ikki xil teng ehtimollik bilan sodir bo'luvchi voqeani aniqlash uchun



zarur bo'lgan minimal axborot miqdori 1 bit (binary digit) deb atalib, quyidagicha hisoblanadi:

$$H = -\sum p_i \cdot \log_2(p_i) \quad [\text{bit}]$$

Bu yerda H — entropiya (axborot miqdori), p_i — i -xabarning ehtimolligi. Bir bit 2 ta holatni (2^1), n bit esa 2^n ta turli holatni ifodalay oladi. Shuning uchun n -razryadli ikkilik son $[0, 2^n - 1]$ oralig'idagi ixtiyoriy butun sonni kodlashi mumkin:

$$N_{\max} = 2^n - 1$$

Bu formula kompyuter xotirasidagi ma'lumotlar sig'imini hisoblashda fundamental ahamiyat kasb etadi. Masalan, 8 bitdan iborat bayt 0 dan 255 gacha ($2^8 - 1 = 255$) bo'lgan 256 xil qiymatni saqlaydi.

Boolean algebrasi va mantiqiy amallar

Jorj Bul (1854) tomonidan asoslangan ikki qiymatli mantiq tizimi ikkilik arifmetikaning nazariy sarchashmasi hisoblanadi. Asosiy Boolean amallari quyidagicha ta'riflanadi:

- AND (VA, konjunksiya): $A \wedge B = 1$ faqat $A = 1$ va $B = 1$ bo'lgandagina
- OR (YOKI, dizyunksiya): $A \vee B = 0$ faqat $A = 0$ va $B = 0$ bo'lgandagina
- NOT (EMAS, inversion): $\neg A = 1$ faqat $A = 0$ bo'lganda
- XOR (Eksklyuziv YOKI): $A \oplus B = 1$ faqat $A \neq B$ bo'lganda
- NAND (Invers VA): $\neg(A \wedge B)$ — universal mantiqiy eshik

De Morgan teoremlari ikkilik mantiqning fundamental munosabatlarini ifodalaydi:

$$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

$$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$

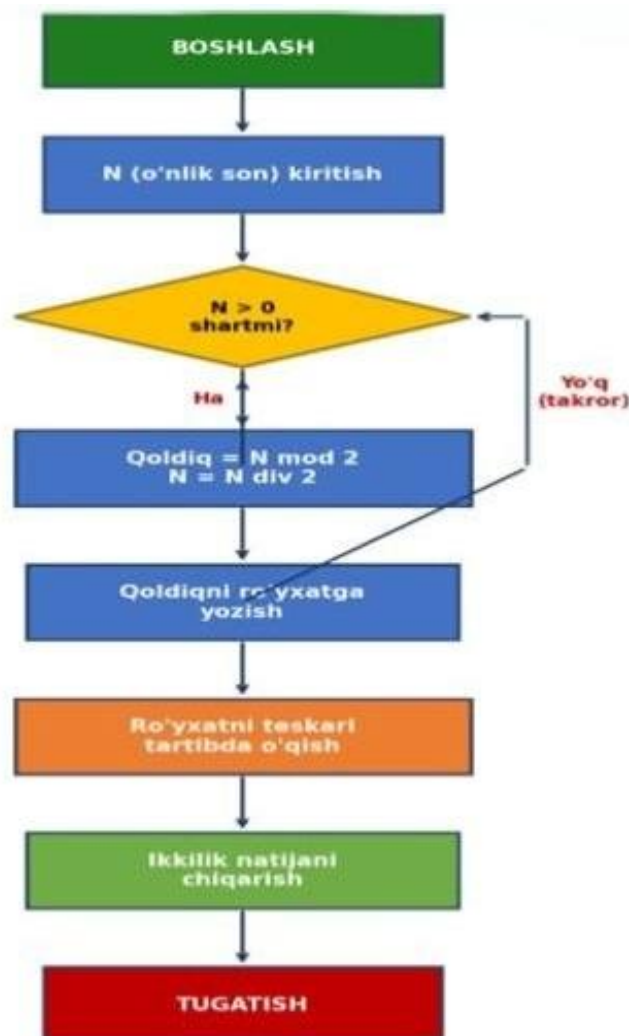
SANOQ SISTEMALARI O'RTASIDA KONVERTATSIYA ALGORITMLARI

O'nlik sonni ikkilikka o'tkazish

O'nlik sonni ikkilik sanoq sistemasiga aylantirish uchun «ketma-ket bo'lish» metodi qo'llaniladi. Algoritm $N \geq 0$ bo'lgan natural songa nisbatan quyidagi tartibda bajariladi:

- 1-qadam: N sonini 2 ga bo'ling, qoldiqni (0 yoki 1) qayd eting.
- 2-qadam: Natijani (butun qismni) yana 2 ga bo'ling, qoldiqni qayd eting.
- 3-qadam: Natija 0 bo'lguncha yuqoridagi amallarni takrorlang.
- 4-qadam: Barcha qoldiqlari teskari tartibda o'qiysiz — bu ikkilik yozuv.

Algoritmning vaqt murakkabligi $O(\log_2 N)$ ni tashkil etadi, chunki har bir iteratsiyada son 2 marta kamayadi. Ushbu konvertatsiya jarayoni quyidagi blok sxemada tasvir etilgan:



*Rasm 1. O'nlik sonni ikkilik sanoq sistemasiga aylantirish algoritmi
(blok sxema)*

Konvertatsiya jadvali va namunaviy hisob-kitoblar

Quyidagi jadval 0 dan 255 gacha oralig'idagi tanlangan sonlar uchun o'nlik va ikkilik ekvivalentlarni, shuningdek konvertatsiya jarayonini ko'rsatadi:

O'nlik son	Ikkilik ko'rinish	Bit soni	Hisoblash jarayoni
0	0	1	$0 \bmod 2 = 0$
1	1	1	$1 \bmod 2 = 1$
5	101	3	$5 \rightarrow 2 \text{ q}=1, 2 \rightarrow 1 \text{ q}=0, 1 \rightarrow 0 \text{ q}=1$
10	1010	4	$10 \rightarrow 5 \text{ q}=0, 5 \rightarrow 2 \text{ q}=1, 2 \rightarrow 1 \text{ q}=0, 1 \rightarrow 0 \text{ q}=1$
25	11001	5	$25 \rightarrow 12 \text{ q}=1, 12 \rightarrow 6 \text{ q}=0, 6 \rightarrow 3 \text{ q}=0, 3 \rightarrow 1 \text{ q}=1, 1 \rightarrow 0 \text{ q}=1$
42	101010	6	$42 \rightarrow 21 \text{ q}=0, 21 \rightarrow 10 \text{ q}=1, 10 \rightarrow 5 \text{ q}=0, 5 \rightarrow 2 \text{ q}=1, 2 \rightarrow 1 \text{ q}=0, 1 \rightarrow 0 \text{ q}=1$
100	1100100	7	$100 = 64 + 32 + 4 = 2^6 + 2^5 + 2^2$
255	11111111	8	$255 = 2^8 - 1$ (maksimal 8-bit qiymat)

Jadval 1. O'nlik va ikkilik ekvivalentlar hamda konvertatsiya jarayoni

Ikkilikdan o'nlikka qayta aylantirish

Ikkilik sonni o'nlik sistemaga o'tkazish uchun «pozitsion og'irliklar» metodi ishlatiladi. Har bir bit o'z pozitsiyasidagi 2 ning darajasiga ko'paytiriladi:

$$B = b_{n-1} \cdot 2^{n-1} + b_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + b_1 \cdot 2^1 + b_0 \cdot 2^0$$

Xorner sxemasi yordamida bu hisob optimallashtiriladi:

$$B = (\dots((b_{n-1} \cdot 2 + b_{n-2}) \cdot 2 + b_{n-3}) \cdot 2 + \dots + b_0)$$

Xorner sxemasida n ta ko'paytma va n ta qo'shish amali bajariladi, bu esa algoritmnin $O(n)$ vaqt murakkabligiga ega qiladi.

IKKILIK ARIFMETIKA AMALLARI

Qo'shish va ko'tarma

Ikkilik qo'shish to'rtta asosiy holatdan iborat: $0+0=0$, $0+1=1$, $1+0=1$ va $1+1=10$ (natija 0, ko'tarma 1). Yarim qo'shgich (half-adder) ikkita bitni qo'shadi:

$$Sum = A \oplus B$$

$$Carry = A \wedge B$$

To'liq qo'shgich (full-adder) ko'tarma bitni ham hisobga oladi:

$$Sum = A \oplus B \oplus C_{in}$$

$$C_{out} = (A \wedge B) \vee (C_{in} \wedge (A \oplus B))$$

Ikki to'ldiruvchi va salbiy sonlar

Zamonaviy protsessorlarda salbiy sonlar «ikki to'ldiruvchi» (two's complement) usulida ifodalanadi. N sonining ikki to'ldiruvchisi:

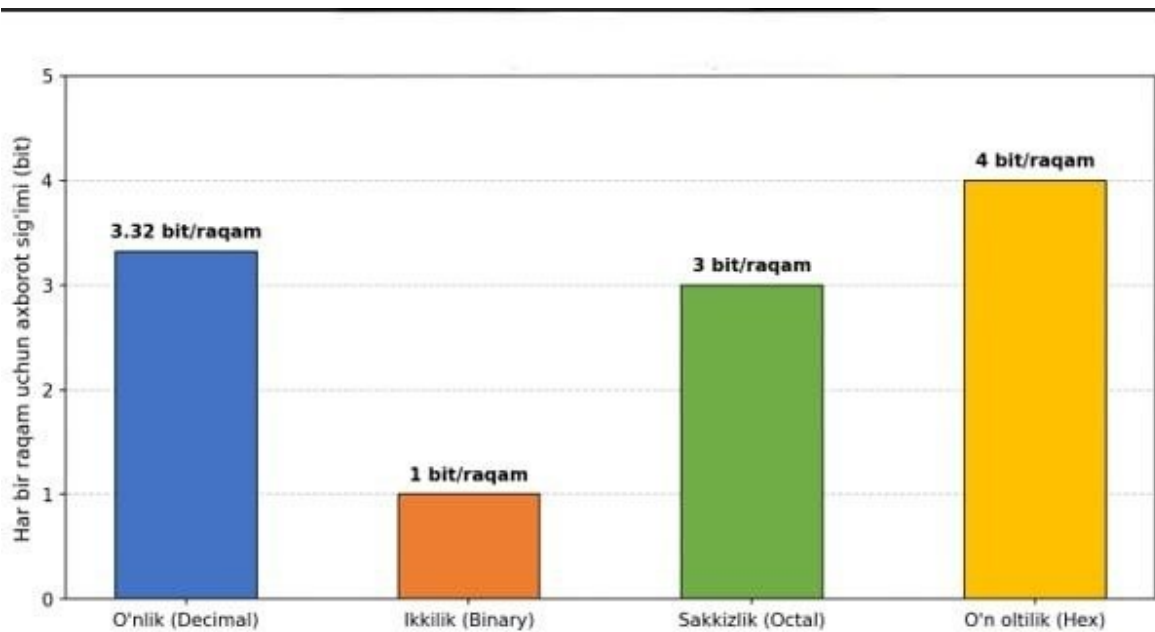
$$-N = \neg N + 1$$

Bu usulning afzalligi shundaki, qo'shish va ayirish bir xil qurilma yordamida amalga oshiriladi. 8-bitli ikki to'ldiruvchi sistemasida ifodalash diapazoni $[-128, +127]$ ni tashkil etadi:

$$\text{Diapazon: } [-2^{n-1}, 2^{n-1} - 1] \text{ (n-bitli so'z uchun)}$$

TAHLILIY NATIJAR VA GRAFIK TASVIR

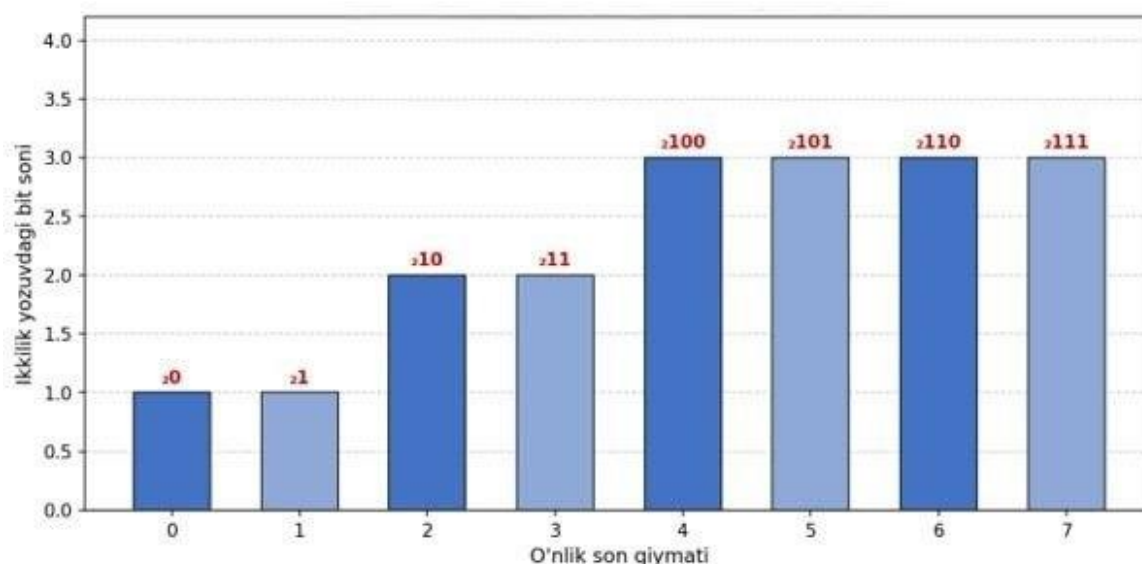
Turli sanoq sistemalarining axborot zichligi (har bir raqamga to'g'ri keladigan bit soni) Shannon formulasi asosida hisoblanganda quyidagi qiymatlar olinadi:



Rasm 2. Turli sanoq sistemalarining axborot zichligi (Shannon nazariyasi asosida)

Tahlil natijasi ko'rsatadiki, o'n oltilik (hexadecimal) sistema bit samaradorligi jihatidan ustunlik qiladi — har bir raqam 4 bitga teng ma'lumot saqlaydi. Shuning uchun zamonaviy dasturlashda xotira manzillarini, rang kodlarini va hash qiymatlarini ifodalashda asosan o'n oltilik sistema qo'llaniladi. Ikkilik sistema esa apparat darajasida eng qulay bo'lib qoladi.

Quyidagi diagrammada 0 dan 7 gacha bo'lgan sonlarning ikkilik ekvivalentlari va ularning bit hajmi ko'rsatilgan:



Rasm 3. 0–7 oralig'idagi sonlarning ikkilik ko'rinishi va bit soni

Diagrammadan ko'rinadiki, 2 ning darajalari chegarasida — 1, 2, 4 da — bit soni bir martaga ko'tarilmoqda. Bu n -bitli registr 2^n xil holat saqlashini ko'rsatuvchi eksponensial o'sish xarakteristikasidir.

ZAMONAVIY TEXNOLOGIYALARDA AMALIY TATBIQ

Ikkilik sanoq sistemasi zamonaviy raqamli texnologiyalarning turli qatlamlarida chuqur tatbiq etilgan:

- **Protsessor arxitekturası:** 64-bitli x86-64 va ARM Cortex-M seriyadagi protsessorlar barcha hisob-kitoblarni ikkilik arifmetika asosida bajaradi. AVX-512 ko'rsatmalar to'plami bir vaqtning o'zida 512 bitlik ikkilik bloklar ustida vektorli amallar bajaradi.
- **Xotira tashkil etish:** DRAM (Dynamic RAM) xujayralari kondensatordagi zaryadning bor-yo'qligi orqali bir bitni ifodalaydi; NVMe Express (NVMe) texnologiyasida esa flash-xotira hujayralariga 1, 2, 3 yoki 4 bit yozilishi mumkin (SLC, MLC, TLC, QLC).
- **Kriptografiya:** AES (Advanced Encryption Standard) va SHA-256 algoritmlari XOR, AND, bit-siljitish kabi ikkilik amallar kombinatsiyasi yordamida xavfsiz shifrlash ta'minlaydi.



- Raqamli signal ishlov berish: Fourier almashtiruv, FIR/IIR filtrlari va audio/video kompressiya algoritmlari (H.265, AV1) ikkilik suzuvchi nuqtali arifmetika (IEEE 754) asosida ishlaydi.
- Tarmoq protokollari: IPv4/IPv6 manzillash, TCP/IP paket sarlavhalari va Ethernet frejm formatlari ikkilik bit maydonlari shaklida tashkil etilgan.
- Ma'lumotlar bazalari: B-tree indeksleri, bitmap indeksleri va blooming filtrlar ikkilik munosabatlar tuzilmasidan foydalanadi.

MUHOKAMA VA ISTIQBOL

Ikkilik sanoq sistemasining monopoylasi o'z-o'zidan shakllanmagan — u fizika va muhandislikning tabiiy hosilasi sifatida yuzaga kelgan. Tranzistorning to'yinish va kesim holati, kvant mexanikasidagi spin yo'nalishlari, DNKning A-T va G-C juftlanish qoidalari kabi tabiiy ikki-holatli sistemalar barchasi bir xil matematik apparatga — ikkilik logikaga — bo'ysunadi.

Kvant hisoblash paradigmasida «qubit» klassik bitdan farqli o'laroq superpozitsiya holatida bo'la oladi: $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$, bu yerda $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Biroq kvant natijasini o'lchash klassik ikkilik belgini qaytaradi, demak kvant hisoblash ham yakuniy darajasida ikkilik sistemaga tayanchlanadi.

Neyromorf hisoblash (neuromorphic computing) va analog AI akselerator qurilmalari bir nechta oraliq qiymat bilan ishlaydigan «ko'p qiymatli» mantiq sxemalarini tadqiq etmoqda. Biroq ishlab chiqarish qulayligi, xato-bardoshlilik va standartlashtirilgan til (Boolean algebrasi) jihatidan ikkilik sistema yaqin kelajakda ham hukmron bo'lib qolishi kutilmoqda.

XULOSA

Ushbu maqola ikkilik sanoq sistemasini matematik talqin, algoritmik tahlil va zamonaviy tatbiq nuqtai nazaridan kompleks ravishda tadqiq etdi. Erishilgan asosiy xulosalar:



- Ikkilik sanoq sistemasining matematik asosi Leibniz, Bool va Shennon tomonidan asoslangan va tranzistor fizikasida mukammal amalga oshirilgan.
- O'nlik-ikkilik konvertatsiya algoritmi $O(\log_2 N)$ vaqt murakkabligiga ega bo'lib, Xorner sxemasi orqali teskari konvertatsiya $O(n)$ da bajariladi.
- Ikki to'ldiruvchi usuli salbiy sonlarni ifodalashning eng samarali metodi sifatida CMOS texnologiyasidagi barcha zamonaviy protsessorlarda qo'llaniladi.
- Mantiqiy eshiklar — AND, OR, NOT, XOR, NAND — ikkilik arifmetikaning apparat asosi bo'lib, ularning kombinatsiyasi ixtiyoriy hisoblash funksiyasini amalga oshiradi.
- IEEE 754 standarti suzuvchi nuqtali sonlarni ikkilik formatda ifodalash uchun universal asos yaratib, zamonaviy ilmiy hisoblashlarni bir xillashtiradi.

Ikkilik sanoq sistemasi — oddiy «0» va «1» ning muvozanatida butun raqamli koinotni o'zida mujassamlashtirgan fundamentdir. Bu ikki belgi Yer yuzidagi eng murakkab sun'iy intellekt tizimlaridan tortib, eng kichik mikrokontrollergacha — barchasining umumiy tili bo'lib qolmoqda.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

- [1] Shannon, C.E. (1948). A Mathematical Theory of Communication. Bell System Technical Journal, 27(3), 379–423. DOI:10.1002/j.1538-7305.1948.tb01338.x
- [2] Boole, G. (1854). An Investigation of the Laws of Thought. Walton & Maberly, London.
- [3] Patterson, D., Hennessy, J. (2021). Computer Organization and Design: The Hardware/Software Interface (6th ed.). Morgan Kaufmann.



- [4] Cormen, T.H., Leiserson, C.E., Rivest, R.L., Stein, C. (2022). Introduction to Algorithms (4th ed.). MIT Press.
- [5] IEEE Standard 754-2019. (2019). IEEE Standard for Floating-Point Arithmetic. IEEE Computer Society.
- [6] Knuth, D.E. (2014). The Art of Computer Programming, Vol. 2: Seminumerical Algorithms (3rd ed.). Addison-Wesley.
- [7] Hamming, R.W. (1950). Error Detecting and Error Correcting Codes. Bell System Technical Journal, 29(2), 147–160.
- [8] Mano, M.M., Ciletti, M.D. (2017). Digital Design with an Introduction to the Verilog HDL (6th ed.). Pearson Education.
- [9] Rosen, K.H. (2019). Discrete Mathematics and Its Applications (8th ed.). McGraw-Hill Education.
- [10] Stallings, W. (2022). Computer Organization and Architecture (11th ed.). Pearson Education.